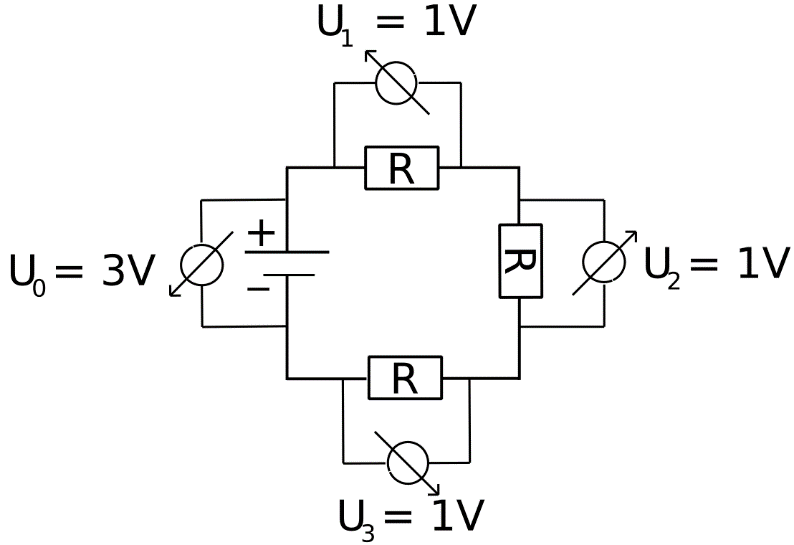
**Elektromagnetischer Schwingkreis - Thomson’sche Gleichung und Periodendauer**

Die Grundlage zur Herleitung der Thomson´schen Schwingungsgleichung ist das Kirchoff´sche Gesetz (Maschenregel). Dieses besagt, dass die Summe aller Spannungen in einer „Masche“ (einem Stromkreis) gleich 0 ist. Dieses kann man am besten mithilfe eines Beispiels erklären.

Am Netzgerät liegt eine Spannung von U0 = 3 V an. Diese Spannung verteilt sich auf die Widerstände. An den Widerständen fällt jeweils die Spannung von 1 V ab. Wir können schreiben

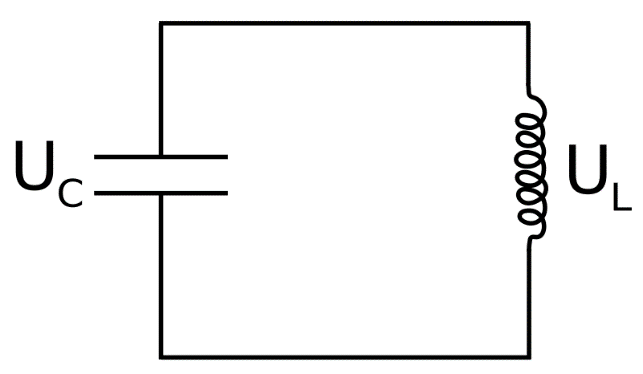
U0 = U1 + U2 + U3

Bringt man U0 auf die rechte Seite ergibt das

0 = U1 + U2 + U3 – U0 (Maschenregel)

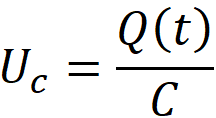
Für unser Beispiel wäre das

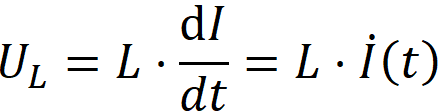
0 V = 1 V + 1V + 1V – 3 V



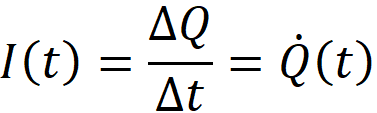
Im ungedämpften LC-Schwingkreis haben wir die Spannung UC am Kondensator und die Spannung UL an der Spule. Laut der Maschenregel ist die Summe der beiden Spannung gleich 0.

0 = UC + UL  (Gleichung 1)

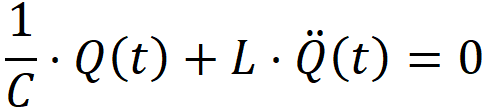
Die Spannung UC ist gegeben durch

Und die Spannung UL durch

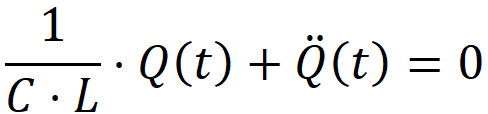
Q und I sind zeitabhängige Größen, dass heißt, dass sich ihre Beträge während einer Schwingung ständig verändern.

Außerdem gilt

und dementsprechend für die Ableitung von I(t)

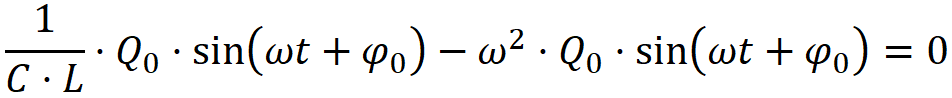
Setzt man die letzten 4 Schritte in Gleichung 1 ein, ergibt sich folgende Differentialgleichung

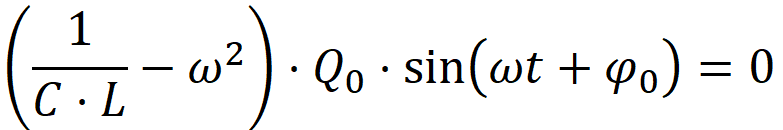
Wir teilen durch L und erhalten Gleichung 2

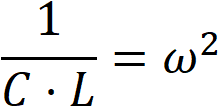


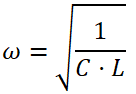
(Gleichung 2)

Wir benötigen nun eine Funktion für Q (t), die die Differentialgleichung löst. Wir wählen folgenden Lösungsansatz

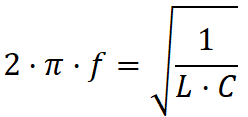
Und setzen diese in die Gleichung 2 ein

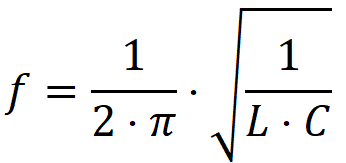
Wir klammern aus und erhalten

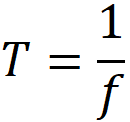
Die Gleichung ist nun 0, wenn u.a. die erste Klammer 0 ist.

Für ω ergibt das

Außerdem gilt

Dadurch ergibt sich

Umgeformt nach f ergibt sich die Thomson´sche Schwingungsgleichung

Für die Periodendauer T gilt

Und somit