**Mathematische Herleitung der maximalen Wurfweite in Abhängigkeit vom Abwurfwinkel**

In einem Experiment haben wir immer wieder eine Kugel von der Höhe eines Tisches mit unterschiedlichen Abwurfwinkeln aber demselben Geschwindigkeitsbetrag v0 abgeschossen.

Man konnte beobachten, dass der Winkel, bei dem die Kugel am weitesten fliegt, zwischen \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_\_ liegt. Um die Frage, in welchem Winkel man theoretisch (*im Vakuum*) abwerfen sollte, um eine Kugel möglichst weit zu werfen, benötigen wir eine Gleichung, in der die Endweite sx nur vom Winkel abhängig (v0 = konstant) und t, der Zeitraum zwischen dem Abschuss und der Landung der Kugel ist.

Gegeben sind die Gleichungen

und

Die Gleichung (1) können wir nicht einfach so nehmen, da t noch spezifiziert werden muss! Wir interessieren uns für den Zeitpunkt tE (Zeit nach dem der Flug der Kugel zu Ende ist), an dem die Kugel wieder landet. Die Zeit, die die Kugel in der Luft ist, wird **ausschließlich** von der Geschwindigkeit **vy** nach oben bestimmt. Ist die Geschwindigkeit vy gleich 0, so kann vx (Geschwindigkeit nach rechts) noch so groß sein, die Kugel ist nicht einen Augenblick in der Luft. Damit die Kugel sich in der Luft nach rechts bewegen kann, muss die Kugel also auch zu Beginn eine Geschwindigkeit nach oben besitzen. Die Kugel bewegt sich nur so lange in der Luft nach rechts, bis die Kugel wieder auf dem Tisch aufkommt, das heißt sy (also die Höhe) wieder 0 wird.

Das nutzen wir aus, um die Zeit zu bestimmen, die die Kugel in der Luft ist. Wir setzen für sy in die Gleichung (2) den Wert 0 ein, stellen die Gleichung nach tE um und erhalten die Wurfzeit tE:



Mit tE haben wir nun eine Gleichung, um zu bestimmen, wie lange die Kugel Zeit hat, sich nach rechts zu bewegen. Wir setzen tE

in die Gleichung (1) ein und erhalten:

Es gilt (*mathematische Regel*)

Daraus folgt

Der Teil der Gleichung

wird maximal, wenn man 45° einsetzt, da sin 90° = 1 ist.

Beim schiefen Wurf stellt sich bei festem Betrag der Anfangsgeschwindigkeit v0 die größte Wurfweite bei einem Wurf aus einer Höhe h0, die der Landehöhe entspricht bei einem Wurfwinkel von 45° ein. Dies gilt allerdings nur, wenn die Flugbahn symmetrisch ist (ohne Luftreibung). Liegt dagegen die Abwurfhöhe h0 oberhalb der Landehöhe (so wie bei den Bundesjugendspielen), so muss man unter einem etwas flacheren Winkel als 45° abwerfen.